

**Sobre o ensino superior da matemática: a geometria e os  
professores do 1.º ciclo  
“Novos Desafios, Velhas Deficiências”**

**Alexandra GOMES**  
Universidade do Minho  
CIFPEC/LIBEC

**Elfrida RALHA**  
Universidade do Minho  
Centro de Matemática

**Resumo:** Existe, na sociedade actual, um consenso generalizado a respeito da importância da formação (científica e pedagógica) dos professores de Matemática. No entanto este sentimento não tem sido, em Portugal, devidamente monitorizado nem no caso da formação científica nem no caso dos professores do 1º ciclo.

Apresentamos, neste artigo, um estudo que i) analisa os desafios que, na área da Matemática e de acordo com as directivas oficiais, se colocam aos professores do 1º ciclo; ii) regista a formação matemática oferecida, em Portugal, a estes profissionais e iii) avalia as competências matemáticas de um grupo de professores e futuros professores quando nos centramos no caso dos conceitos geométricos elementares.

Defendemos, como resultado da investigação, a necessidade urgente de se olhar para o conteúdo matemático como verdadeiro núcleo fundamental de qualquer programa de formação de professores do 1º ciclo.

**Palavras-chave:** Formação Matemática; Professores do 1º ciclo.

**Abstract:** Different vectors of the society worldwide agree on the importance of the training (both scientifically and pedagogically) given to Mathematics teachers.

However this belief has not been, in Portugal, followed by research on the implementation of correspondent means neither in the case of the scientific training of the teachers nor in the case of primary school teachers.

In this article we are presenting i) an analysis of the actual official directives posed to these professionals; ii) some facts about the actual mathematical training offered by the national Institutions (both Universities and

Polytechnics) and finally iii) the evaluation of mathematical competencies of a group formed by teachers and future teachers, in the case of elementary geometrical concepts.

As a result we defend that the scientific training offered actually to these professionals must be urgently reviewed in order to become the nucleus of any training program to primary school teachers.

Key-words: Mathematical Training; Primary School Teachers.

## 1 Reflexões Iniciais

Neste mundo, porventura hoje mais matematizado do que nunca, as crianças começam, desde cedo, a ser preparadas para o desenvolvimento de competências e de capacidades que lhes permitirão, como cidadãos, interpretar o mundo que os rodeia e nele se movimentarem com confiança nos aspectos essenciais em que a sua vida se relaciona com a Matemática. Nos documentos oficiais do National Curriculum, em Inglaterra [EnglishNationalCurriculum] pode ler-se sobre a importância da Matemática nos seguintes termos:

*Mathematics equips pupils with a uniquely powerful set of tools to understand and change the world.[...] Today, the subject transcends cultural boundaries and its importance is universally recognised.*

Por outro lado, em qualquer processo de instrução, o professor desempenha um papel fulcral e a sua preparação científica merece, regra geral, uma atenção muito especial. Segundo, por exemplo, Ball e McDiarmid [Ball90]:

*subject matter is an essential component of teacher knowledge (This fact) is neither a new nor a controversial assertion. After all, if teaching entails helping others learn, then, understanding what is to be taught is a central requirement of teaching.*

No entanto, apesar da simplicidade e da unanimidade sobre as medidas formativas dos professores de Matemática, não é difícil reconhecer que, na prática, as coisas não têm corrido de forma exemplar. Em particular os meios de comunicação social são frequentemente eco do escasso rendimento matemático dos alunos portugueses; quer em estudos internacionais, quer nas provas de aferição que se têm vindo a realizar nos últimos anos em Portugal, quer ainda nos exames nacionais do 12.º ano, o desempenho dos alunos em Matemática está muito longe de poder ser classificado de bom.

Num percurso em que reconhecemos que a mensagem/Matemática não está a chegar ao destinatário/aluno, levanta-se-nos outro tipo de preocupações nomeadamente na organização da formação inicial dos professores. Para os professores do 1.º Ciclo uma análise dos aspectos relacionados com a sua formação matemática parece-nos especialmente prioritária uma vez que são eles:

1. os responsáveis pelo início de um período, mais ou menos longo, de aprendizagens matemáticas que se caracterizam pela dependência das etapas anteriores, isto é, é inquestionável a natureza intrínseca do currículo matemático enquanto currículo a longo prazo.
2. quem, no seu dia-a-dia profissional, lida efectivamente com mensagens matemáticas básicas mas fundamentais.

Ora o conhecimento matemático dos professores de Matemática elementar é, na literatura internacional, frequentemente descrito como insuficiente (por exemplo, Brown, Cooney e Jones em [Brown90]) mas, em Portugal como no estrangeiro, não é raro considerar-se que, na formação dos professores do ensino primário/1.º ciclo, o conhecimento matemático é trivial quando comparado com o conhecimento dito educacional ou pedagógico. Assim, a ênfase colocada nas componentes ditas psicológicas da investigação em Didáctica da Matemática tem, em Portugal e tanto quanto nos é dado entender, também assumido um carácter prioritário nos estudos que vêm sendo conduzidos. Muitas razões poderão estar subjacentes a este tipo de opção, uma das quais podendo ser a de que lidar com conteúdos matemáticos básicos não acarretará, porquanto conteúdos elementares, dificuldades previsíveis ao nível do conhecimento matemático dos professores.

Apesar da reconhecida importância da Matemática como disciplina fundamental no Ensino Básico e apesar das dúvidas que possam existir sobre a formação matemática dos professores do 1.º ciclo, a realidade é que, em Portugal, a comunidade científica apenas recentemente começou a dar mostras de algum interesse na análise detalhada de questões relativas a este nível de ensino (por exemplo, [APM98] ou [Serrazina99]).

Essa falta de preocupação poderá ainda dever-se, em nosso entender, ao facto de os professores deste nível serem entendidos como professores não especialistas em Matemática não sendo por isso relevantes um estudo ou uma análise aprofundados sobre o assunto.

A necessidade de reflexão e discussão sobre a qualidade da formação inicial oferecida pelas instituições formadoras torna-se porventura mais premente a partir do momento em que teve lugar a reforma curricular do início

dos anos noventa [DGEBS90]. Esta reforma apresenta, em nosso entender, novas formas de compreender o ensino da Matemática colocando, por isso, novas exigências aos professores.

No que se segue, iremos apresentar algumas dúvidas e preocupações que nos surgiram aquando da análise do actual programa de Matemática do 1.º ciclo do Ensino Básico bem como, dos planos de estudo das várias licenciaturas em Ensino Básico do 1.º ciclo.

## 2 Sobre o Programa Actual de Matemática do 1.º Ciclo

Neste programa, mais do que as grandes mudanças a nível dos conteúdos, sobressai uma profunda alteração a nível das finalidades do ensino da Matemática, dos objectivos e dos princípios orientadores, incorporando muitas das orientações curriculares para o ensino da Matemática que se encontram expressas em diversos documentos que, no estrangeiro, surgiram também nas últimas décadas (o relatório [Cockroft82], em Inglaterra ou as Normas da [NCTM89], nos Estados Unidos). Em [DGEBS90] pode ler-se:

*As grandes finalidades do ensino da Matemática para o conjunto dos três ciclos do Ensino Básico (que são) desenvolver a capacidade de raciocínio, desenvolver a capacidade de comunicação e desenvolver a capacidade de resolver problemas, devem estar presentes ao longo dos quatro anos que constituem o 1.º ciclo.*

Alcançar estas finalidades parece passar por conseguir que os professores portugueses, a exemplo do que é proposto no estrangeiro, tenham uma compreensão profunda da Matemática elementar. Segundo Liping Ma [Ma99]

*If a teacher's own knowledge of the mathematics taught in elementary school is limited to procedures, how could we expect his or her classroom to have a tradition of inquiry mathematics? The change that we are expecting can occur only if we work on changing teachers' knowledge of mathematics.*

### 2.1 O papel do Professor

Uma leitura das directivas oficiais relativas ao programa de Matemática [DGEBS90] revela, logo no início, que a principal tarefa dos professores é *conseguir que as crianças desde cedo aprendam a gostar de Matemática.*

Deste modo assume-se que não só os aspectos cognitivos mas também os afectivos estão envolvidos na aprendizagem da Matemática, como de resto fica atestado através de inúmeras investigações sobre o “gosto pela disciplina” e o sucesso na mesma (por exemplo [McLeod92], [Dehaene97], ou [Renga93]). Em [NCTM91] afirma-se também que:

*Os alunos devem ter numerosas e variadas experiências relacionadas com a evolução cultural, histórica e científica da matemática, de modo a poderem apreciar o papel que a matemática desempenhou no desenvolvimento da nossa sociedade contemporânea e explorar as relações entre a matemática e as disciplinas que ela serve: a física e as ciências da natureza, as ciências sociais e as ciências humanas.*

Está claro que, nesta relação dos alunos com a Matemática, temos que considerar a influência do professor e, neste contexto, surgem algumas dúvidas relacionadas com a relação afectiva entre o professor e a Matemática e as consequências em termos dos sentimentos dos alunos para com a disciplina. Ainda que demonstrar gosto pela actividade matemática seja um importante requisito do comportamento do professor várias dúvidas podem colocar-se: será possível a um professor que não gosta de Matemática fazer com que os seus alunos gostem da disciplina? Parece-nos, no mínimo, legítimo admitir que, ainda que a relação afectiva entre o professor e a Matemática seja diferente da relação do mesmo tipo entre aluno e Matemática, é importante tê-la em consideração uma vez que, de acordo com as directivas de [DGEBS90],

*Caberá ao professor organizar os meios e criar o ambiente propício à concretização do programa.*

Ora esta incumbência suscita-nos também algumas considerações, nomeadamente:

- Sobre a qualidade da formação matemática dos professores - parece ser consensual que ninguém pode ensinar aquilo que não sabe; parece igualmente consensual, por exemplo de acordo com Brown e Borko em [Brown92] que *não basta possuir um conhecimento superficial de Matemática elementar para se ensinar Matemática no 1.º ciclo*. Segundo Hung-Hsi Wu, em [Wu97], quando os professores não têm a preparação científica adequada, sentem-se tensos e inflexíveis, não conseguindo criar um bom ambiente de aprendizagem:

*There are ample reasons to believe that at present most teachers are operating at the outer edge of their mathematical*

*knowledge. Now when one finds oneself in that situation, one is prone to being tense and inflexible, and is consequently not likely to create a friendly atmosphere for learning.*

- Sobre a autonomia profissional do professor - a directiva oficial dirigida ao professor para que este organize os meios e crie ambientes propícios à aprendizagem parece indicar que o professor é visto como um recriador de currículo. Ora, de acordo com Ball e Cohen, citadas por Liping Ma em [Ma99]:

*This idealization of professional autonomy leads to the view that good teachers do not follow textbooks but instead make their own curriculum.*

Em resumo, se por um lado a autonomia “oferecida”, em [DGEBS90], ao professor pode ser por este considerada como um factor positivo de reconhecimento profissional e uma oportunidade para desempenhar um papel importante nas decisões curriculares; por outro lado, pode também ser encarada como uma sobrecarga de trabalho já que implica mais exigências. Jeppe Skott, em [Skott00], introduz o conceito de “autonomia forçada” da seguinte forma:

*the concept of forced autonomy claims, that the teacher is required to play a substantial role as a link between two sets of specific social spheres: On the one hand the macro-sphere of the institutionalized school mathematical priorities as described in the reform intentions and on the other the emerging micro-sphere of the mathematics classroom. Forced autonomy, then, refers to the demands put on the teacher as a result of his or her move to the centre stage of curriculum enactment.*

O papel do professor como moderador (facilitador) da actividade matemática do aluno, em vez do papel tradicional de expositor, coloca também novos desafios e novas dificuldades como está claramente exposto em [DGEBS90] e onde se pode ler

*O professor, como moderador, acolhe respostas, pergunta “porquê”, lança pistas, aproveita o erro para formular novas perguntas...*

Todavia não se pense que o professor facilitador é alguém que torna fácil o processo de ensino/aprendizagem. Abrantes, Serrazina e Oliveira em [Abrantes99], alerta também para dificuldades acrescidas nesta nova responsabilidade defendendo que:

*A afirmação de que o professor deve ser, acima de tudo, um “facilitador” da aprendizagem é muitas vezes interpretada num sentido errado: não se pretende dizer que o processo se torna “fácil” mas sim realçar que são os alunos quem aprende e que o professor deve criar as melhores condições para que isso ocorra.*

Por conseguinte apresenta-se como factual que este novo papel do professor pressupõe uma melhor preparação do professor, porventura de uma forma mais clara do ponto de vista pedagógico mas, em nosso entender, também obviamente em termos de conteúdos científicos: torna-se, por exemplo, necessário saber claramente o que se quer que o aluno aprenda, que condições se devem criar para que isso ocorra, quais as dificuldades que o conteúdo oferece a cada aluno e como ultrapassar essas dificuldades.

## 2.2 O caso da Geometria

Os objectivos a atingir com o ensino da Geometria no 1.<sup>o</sup> ciclo são, de acordo com [DGEBS90], fundamentalmente definidos como:

- Desenvolver o sentido estético e a criatividade;
- Desenvolver a capacidade de relacionar, classificar e transformar;
- Compreender o mundo das formas;
- Adquirir vocabulário e noções elementares de Geometria.

Assim, no programa de Geometria (Bloco 2, “Espaço e Forma”) parte-se da observação, manipulação e exploração de objectos familiares, para a construção das noções geométricas elementares e, ao longo dos quatro anos de escolaridade que compreende o 1.<sup>o</sup> ciclo, vão sendo abordados

1. o reconhecimento e nomeação de figuras planas e sólidos geométricos;
2. as noções elementares de topologia;
3. a identificação e a construção de figuras simétricas;
4. os frisos e as rosáceas;
5. a posição relativa de rectas (no plano e no espaço).

Constata-se ainda que as questões geométricas relativas à “medida” (comprimentos, áreas e volumes) estão presentes num outro bloco curricular.

Ora, os documentos oficiais não oferecem aos professores qualquer tipo de orientação (nem de natureza metodológica, nem de natureza científica), sobre a gestão dos conteúdos. Desde logo, podem levantar-se algumas dúvidas a estes profissionais. Considerem-se os seguintes exemplos:

- No 1.º ano, alguns dos conteúdos (Noções Topológicas) pressupõem *Reconhecer o interior, o exterior de um domínio limitado por uma linha ou por uma superfície fechadas*. Estarão os professores preparados para tratar estes temas? Conhecerão claramente o significado destes termos (interior, exterior, linha, superfície)?
- Surge também como objectivo de aprendizagem *Reconhecer e nomear...figuras planas: quadrado, rectângulo, triângulo e círculo*. Estabelecido que está, no programa oficial, uma relação entre alguns polígonos e o círculo, considerarão os professores um polígono como *uma figura plana que é uma região do espaço limitada por uma linha fechada*? Estarão os professores conscientes desta definição (implícita) de polígono? Saberão, por acaso, que esta definição não é única? Que o paralelo também poderia ser estabelecido entre o polígono e a circunferência? E entenderão claramente as implicações da adopção de cada uma das opções (a nível, por exemplo, de área e perímetro das figuras planas)? Além disso, as diferentes formas de representação das figuras podem também acarretar dúvidas prementes. De facto, assumindo que existe sempre uma definição subjacente a qualquer conceito, quais as implicações dessa definição de figuras planas aquando, por exemplo, da sua representação num geoplano?
- É verdade que não faz parte explícita do programa oficial a classificação de figuras planas. No entanto, uma vez que o desenvolvimento da capacidade de classificar é um dos objectivos, esperar-se-á que o professor faça classificações? E de que modo? Que classificação adoptar, por exemplo, para os quadriláteros? Por outro lado, como no programa se distingue quadrado de rectângulo, parece estar implícita uma classificação partitiva dos quadriláteros, como relata, por exemplo De Villiers em [DeVilliers94]. Se for esse o caso, existirão sempre dúvidas sobre os motivos que condicionaram a escolha: Porque é que não se classificam polígonos, por exemplo, quanto ao número de lados? Deste modo estar-se-ia mais em consonância com o objectivo de *interpretar e compreender o mundo das formas que o rodeia*? É ou não verdade que estamos rodeados por uma variedade imensa de formas que não apenas quadrados, rectângulos, triângulos e círculos? E porque razão (pensarão pelo menos os alunos) algumas merecem tão nobre destaque enquanto outras são, apesar de igualmente visíveis, completamente ignoradas?
- Em relação aos sólidos geométricos as considerações são análogas. No



2.º ano os alunos devem *comparar sólidos geométricos e fazer classificações simples*. Dever-se-ão somente distinguir os sólidos que rolam dos que não? E os poliedros? Que classificação se adoptará? E que definição? O programa apresenta-se, mais uma vez, omisso quanto a estes temas. Esperar-se-á, por isso, que o professor domine totalmente estas questões?

- Um outro pormenor do conteúdo geométrico diz respeito à posição relativa de rectas, no plano e no espaço. Pretende-se, em particular, *reconhecer, a partir da observação de sólidos, rectas paralelas e rectas perpendiculares*. Esta formulação levanta-nos também algumas preocupações, nomeadamente
  1. Os termos “paralelo” e “perpendicular” parecem, tal como são enunciados no programa, opor-se um do outro. Conhecerão os professores os detalhes desta classificação?
  2. O conceito de “perpendicularidade” surge, no programa, anterior ao conceito de ângulo”; esta ordenação traz consequências inevitáveis de gestão curricular. Estarão os professores conscientes dessas relações sequenciais dos conceitos?
  3. A “posição relativa das rectas” é, pretensamente, abordada quer no plano quer no espaço. Explorarão os professores claramente esta distinção nas suas aulas? Como definirão, em particular, “rectas paralelas”?

As respostas que encontrámos para algumas destas perguntas específicas estão coligidas e podem ser consultadas em [Gomes03C]

### 3 Sobre a Formação Matemática dos Professores do 1.º Ciclo - Situação Actual

De acordo com a Lei de Bases do Sistema Educativo (Lei n.º 40/86), a formação de professores do 1.º ciclo pode ser realizada quer em Universidades quer em Institutos Politécnicos (ESEs). Esta distinção poderia levar a que a formação promovida por estes dois tipos distintos de instituição resultasse claramente diferente. Contudo, de acordo com o artigo 11.º dessa mesma lei, os objectivos do ensino universitário e do ensino politécnico não são tão díspares quanto à partida se poderia imaginar, nomeadamente, no ponto 3. pode ler-se:

*O ensino universitário visa assegurar uma sólida preparação científica e cultural e proporcionar uma formação técnica que habilite para o exercício de actividades profissionais e culturais e fomenta o desenvolvimento das capacidades de concepção, de inovação e de análise crítica,*

enquanto que no ponto 4. se lê:

*O ensino politécnico visa promover uma sólida formação cultural e técnica de nível superior, desenvolver a capacidade de inovação e de análise crítica e ministrar conhecimentos científicos de índole teórica e prática e as suas aplicações com vista ao exercício de actividades profissionais.*

Por outro lado, embora inicialmente os cursos tivessem a duração de três anos e conferissem o grau de Bacharel, em 1997 (Lei n.º 115/97 de 19 de Setembro) completou-se a uniformização dos níveis de qualificação para todos os professores ao ser decretado que a formação inicial dos professores do 1.º ciclo correspondesse ao grau de Licenciatura, aumentando-se para 4 anos a duração dos cursos de formação.

### 3.1 Os planos curriculares

A definição dos planos curriculares é da responsabilidade das instituições de formação, mas deverá concretizar alguns princípios definidos politicamente. Bártolo Paiva Campos, em [Campos00], diz, por exemplo, que os planos curriculares deverão:

1. Promover a aprendizagem das diferentes funções adequadas às exigências da carreira docente.
2. Assegurar a integração, na formação, das componentes científica e pedagógica bem como das componentes teórica e prática.
3. Basear a formação em práticas metodológicas que se assemelhem às que os professores vierem a utilizar na prática pedagógica.
4. Estimular uma atitude crítica e actuante face à realidade social.
5. Promover uma formação participada que conduza à prática reflexiva e continuada de auto-informação e auto-aprendizagem.

De acordo com a mesma proposta governamental, a formação de professores deve ainda contemplar as seguintes componentes:

- Formação pessoal, social e cultural.
- Preparação científica na especialidade.
- Formação pedagógico-didáctica.

Estas componentes obedecem a uma ponderação cujos critérios e parâmetros quantitativos também estão definidos. Assim, relativamente à formação dos professores do 1.<sup>o</sup> ciclo, *a componente pedagógico-didáctica deve adquirir maior relevo, sendo que não deve ultrapassar os 60% da carga horária total dos cursos*. Quanto às componentes de formação cultural e científica, é dito que *devem assumir importância crescente na formação dos professores dos graus de ensino mais avançados*. Uma gestão efectiva destas directivas não é certamente fácil para quem, na prática, terá que conciliar os interesses diversificados de cada uma das três componentes essenciais de formação. É porventura ainda mais complicada a conciliação quando está em causa uma formação de tipo multidisciplinar.

### 3.2 O caso da Matemática

Uma simples análise dos planos de estudos das várias licenciaturas em Ensino Básico (1.<sup>o</sup> ciclo) nas instituições de formação portuguesas, revela imediatamente a grande variedade que existe quer relativamente ao número de horas destinadas ao estudo da Matemática e da sua Didáctica, quer à diversidade de disciplinas de Matemática pelas quais as instituições se regem.

Sendo um facto que estes planos de estudo englobam, para além da formação Matemática, a formação nas áreas de *Língua Materna, Estudo do Meio (Físico e Social), Expressões (Musical, Física, Dramática e Artística)* e ainda *Educação Moral e Religiosa*, não é porventura surpreendente que, apesar da importância teórica que se atribui às áreas da Matemática e da Língua Materna, essa importância não se traduza, na prática, em número de horas/tópicos efectivamente implementados na formação destes profissionais de ensino.

Verifica-se, por exemplo, que em algumas instituições formadoras menos de 7% do total do número de horas de formação ao nível da licenciatura são dedicadas à Matemática e à sua Didáctica sendo que em apenas 4 das 20 instituições públicas existentes, em Portugal, se dedica mais de 12% das horas totais a essas componentes (e a percentagem máxima não excede os 13,1%). A média do número de horas dedicadas à formação matemática situa-se em 9,8%. A situação resume-se do seguinte modo:

- Universidades Públicas (7)

Disciplinas	Percentagens	
	Mín.	Máx.
<i>Matemática</i>	4,4%	10%
<i>Didáctica da Matemática</i>	1,9%	5,6%

- Politécnicos Públicos (13)

Disciplinas	Percentagens	
	Mín.	Máx.
<i>Matemática</i>	3,8%	8,8%
<i>Didáctica da Matemática</i>	0%	5%

- Instituições Privadas (7)

Disciplinas	Percentagens	
	Mín.	Máx.
<i>Matemática</i>	2,5%	10%
<i>Didáctica da Matemática</i>	1,9%	4,4%

As instituições de Ensino Superior que, em Portugal, licenciam os professores do 1.º ciclo terão certamente dificuldades na distribuição da carga horária relativa às diversas áreas de formação. No entanto, se tivermos em linha de conta o lugar de revelo atribuído, nos mais diversos documentos oficiais que consultámos, à disciplina de Matemática enquanto base crucial do currículo dos Ensinos Básico e Secundário, esperar-se-ia, em nosso entender, e para a Matemática uma correspondente ênfase nos planos curriculares que analisámos.

Além disso, quando centramos a atenção nos conteúdos das disciplinas de Matemática ministradas nestas instituições deparámo-nos também com uma panóplia de opções cuja coerência nos foi difícil estabelecer. Na tabela 1 listam-se, a título de exemplo, alguns dos conteúdos mais tratados e o número de planos de estudos (de instituições formadoras públicas e privadas) que os contêm. Não é difícil verificar-se que os conteúdos que ocupam os primeiros lugares correspondem aos blocos de conteúdos em torno dos quais se organiza o programa de Matemática do 1.º ciclo. Parece assim haver uma aposta em que a formação dos futuros professores verse os conteúdos que eles terão de ensinar. Para além disso, constatámos que há uma grande diversidade de conteúdos abordados pelas diversas instituições, o que leva a que a formação destes professores possa ser completamente diferente de uma instituição para outra.

Conteúdos	N.º de instituições
Números e numeração	16
Geometria plana e do espaço	14
Grandezas e medidas	14
Estatística	9
Teoria de conjuntos	9
Lógica proposicional	8
Relações binárias	8
Operações	7
Probabilidades	7
Transformações geométricas	7
Topologia	5
Funções	4

Tabela 1 - Conteúdos das disciplinas de Matemática em 27 instituições de Formação de professores do 1.º ciclo, em Portugal

Após uma análise mais detalhada dos programas, várias dúvidas nos assaltaram, nomeadamente:

- Sobre a adequabilidade/relevância de certos temas: Porquê estes temas? Quem os escolheu? Como serão apresentados aos alunos/futuros professores de Matemática do 1.º ciclo? Em particular, regista-se a existência, em certos programas, de conteúdos como Matrizes e Sistemas, Topologia ou Estruturas Algébricas, em tudo equivalentes aos da formação universitária de licenciados em Matemática.
- Sobre a coerência do currículo de formação matemática. De que forma os currículos existentes exibem coerência ou fragmentação? Que ligações existem entre as disciplinas? Os vários tópicos serão abordados de forma integrada? De que forma contribuem estes tópicos para uma compreensão mais lata mas também mais útil da Matemática? A este respeito chamou-nos a atenção o facto de que, numa mesma instituição, alguns conteúdos, nuns casos se repetem em disciplinas distintas enquanto que, noutros casos, parecem ter pouca ou nenhuma relação com o contexto global desta formação matemática.
- Sobre a formação base dos docentes destas disciplinas: Quem lecciona as disciplinas de Matemática nas instituições que formam os professores do 1.º ciclo? A este respeito, ficámos particularmente surpreendidos com a diversidade da formação desses docentes.

## 4 O Estudo

Com o intuito de esclarecer algumas das questões que enunciámos anteriormente foi realizado um estudo que explora o conhecimento matemático de professores (população em formação contínua) e de futuros professores (população em formação inicial) do 1.º ciclo, em Portugal. Optámos pelos conceitos geométricos por um lado porque entendemos que os “conceitos” desempenham um papel essencial na construção do conhecimento e são, desse ponto de vista, um parâmetro crucial na avaliação que nos propusemos fazer desse próprio conhecimento na população referenciada; por outro lado a escolha dentro da Matemática recaiu sobre a geometria porque os conceitos geométricos enquanto construtos matemáticos são puramente mentais mas reflectem também, na sua natureza intrínseca, propriedades figurativas (forma, tamanho ou posição) que lhes conferem uma natureza dual: a conceptual e a figurativa. Centrâmo-nos, em particular, na procura de erros e na identificação de dificuldades relacionadas com a construção de conceitos geométricos elementares. Aspirámos, na população referenciada, esclarecer as seguintes questões

- De natureza cognitiva:

- Que tipo de “imagens” têm de determinados conceitos geométricos?
- Que papel desempenham as “definições” na aquisição de conceitos geométricos elementares?
- Que tipo de “representações” têm de determinados conceitos geométricos?

Estudámos ainda a interrelação entre as componentes (imagem, definição e representação) dos conceitos geométricos em estudo.

- De natureza didáctica:

- Que relações se deduzem entre o percurso da formação académica dos intervenientes e a construção de conceitos geométricos elementares que evidenciam?

Participaram nesta investigação estudantes de todos os anos (1, 2, 3 e 4) de uma instituição de Ensino Universitário, cuja percentagem de horas de formação dedicadas à Matemática e à sua Didáctica é das mais elevadas a nível nacional. Foram ainda alvo do estudo professores do 1.º ciclo com distintas formações iniciais e experiência profissional diversificada e que, na

altura da sua participação no estudo, frequentavam os denominados Cursos de Formação Complementar, nomeadamente: de Estudos do Meio (CCEM), de Língua Materna (CCLM) e de Matemática (CCMat). Foi adoptada, nesse trabalho, uma abordagem de investigação qualitativa, tendo sido utilizadas diferentes técnicas de recolha de dados; em particular, a análise documental, os questionários, as observações e as entrevistas.

O trabalho de investigação desenvolveu-se em duas fases:

- Na 1<sup>a</sup> fase foi efectuado um estudo exploratório que consistiu na realização de questionários (a futuros professores que ingressaram pela 1<sup>a</sup> vez na licenciatura em Ensino Básico) de âmbito mais generalista onde se abordaram, para além de questões de índole geométrica, questões de cariz atitudinal; observaram-se também aulas leccionadas por estudantes do 4.º ano no âmbito da sua *Prática Pedagógica*.
- Na 2<sup>a</sup> fase realizaram-se questionários com vista a detectar dificuldades na formação de conceitos geométricos. Participaram nesta fase 216 indivíduos pertencentes a dois grupos: 141 eram alunos a frequentar os vários anos da licenciatura em Ensino Básico do 1.º ciclo e os restantes 75 eram professores do 1.º ciclo que estavam inscritos em cursos de Formação Complementar.

Foram efectuadas também entrevistas individuais a 30 participantes considerados representativos da população inicial.

#### 4.1 Alguns resultados

Os resultados que encontrámos foram exaustivamente tratados quer por via de recolha de documentos oficiais, quer por via de conversas formais e informais que mantivemos com inúmeros intervenientes neste processo da formação matemática de formadores/professores do 1.º ciclo. Tais resultados, gerais e detalhados, da investigação que, ao longo de três anos, fomos conduzindo podem ser globalmente conferidos em [Gomes01], [Gomes02], [Gomes03A], [Gomes03B] e [Gomes03C].

Em particular, em relação às aulas observadas (na população em formação inicial), pudemos constatar que

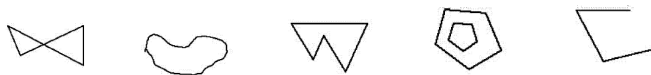
- a Geometria esteve quase sempre ausente e,
- quando esteve presente, baseou-se
  - na simples exposição dos conceitos sem uma procura do seu entendimento ou, então,

- nos típicos reconhecimento e nomeação de formas geométricas, sem qualquer tipo de contextualização em termos de problemas.

Contudo, apesar desta aparente valorização dos conteúdos matemáticos que resultam de convenções (como os nomes, as notações ou as definições) e que como tal têm necessariamente de ser comunicados aos alunos, observaram-se diversas situações onde grande parte da população total interveniente do estudo

- não domina sequer os conteúdos resultam de convenções estabelecidas pela comunidade matemática. Por exemplo, uma das perguntas do questionário pretendia
  - i) identificar o tipo de *representação* (diagrama, neste caso) que os participantes no estudo associam ao nome de um conceito (*polígono*, neste caso);
  - ii) identificar relações entre a *imagem* e a *representação* do conceito;
  - iii) identificar relações entre a *representação* e a *definição* do conceito.

**Pergunta 1** Das seguintes figuras (*a,b,c,d,e*), assinale a(s) que representa(m) **polígono(s)**. Justifique a sua escolha.

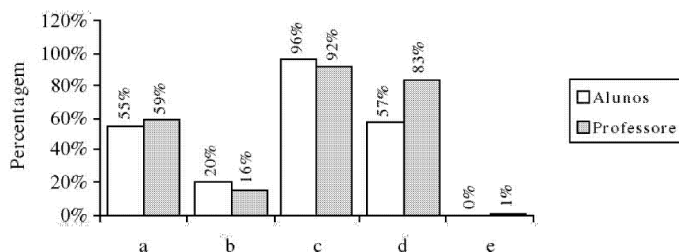


**Resultados** A representação mais escolhida foi a **c**, mas apenas 12,5% dos participantes escolheram unicamente a resposta **c**, de acordo com a seguinte tabela:



Representações	N.º de Respostas	Percentagem
$a + c + d$	64	29,6%
$c + d$	39	18,1%
$a + c$	34	15,7%
$c$	27	12,5%
$a + b + c + d$	21	9,7%
$b + c$	9	4,2%
$b + c + d$	8	3,7%
$d$	7	3,2%
$a + d$	2	0,9%
$a$	1	0,5%
$a + b + c$	1	0,5%
$a + b + d$	1	0,5%
$a + c + d + e$	1	0,5%

Por outro lado enquanto que os participantes em formação contínua (alunos) fazem maioritariamente (independentemente de ser única ou múltipla a sua resposta) recair a sua escolha sobre a hipótese **c**, os professores dividem as suas preferências entre as representações **c** e **d**, de acordo com o seguinte gráfico



- os participantes mostraram inúmeras dificuldades nas definições e nas representações de conceitos geométricos básicos como *vértice*, *aresta*, *face* ou *base* de um poliedro; e estas dificuldades ficaram igualmente registadas aquando da realização dos questionários e das entrevistas.

Apesar dos conceitos geométricos abordados neste estudo terem deliberadamente sido escolhidos de entre os básicos e elementares, verificou-se que um número significativo de participantes desconhece quase totalmente muitos deles. Por exemplo,

- conceitos como *paralelogramo* ou *trapézio* não têm, para alguns dos participantes, qualquer imagem mental associada. Esta situação afigura-se como particularmente grave, se se tiver em consideração que estas pessoas vão ser (ou já são) responsáveis pela introdução destes conceitos no ensino básico elementar. Seria porventura esperável que deles tivessem um conhecimento mais sólido ou, pelo menos, uma imagem mais clara.

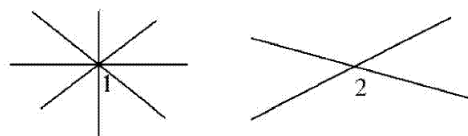
Esta situação é tão mais preocupante porquanto não é específica unicamente da população em formação inicial (futuros professores) mas também dos professores em exercício e experientes que vêm experimentando a frequência de cursos de formação contínua. De facto, caso esta situação fosse exclusiva dos primeiros intervenientes no estudo, poder-se-ia talvez conjecturar que uma compreensão mais profunda da Matemática elementar se desenvolve mais com a experiência do que com a formação inicial. Tanto quanto foi possível detectar, esse desenvolvimento, no caso do presente estudo, parece não ocorrer, numa maioria significativa de casos. Viu-se ainda que

- alguns participantes têm frequentemente ideias incompletas, senão mesmo erradas de alguns conceitos. Por exemplo,
  - alguns participantes classificaram como *polígonos* as figuras formadas por linhas fechadas, inclusivamente as curvas, como ficou registado no exemplo que apresentámos anteriormente
  - em alguns casos foram registadas as imagens erradas que os participantes apresentaram dos conceitos de *ponto* e de *plano*. Por exemplo numa outra pergunta do questionário, desta vez inspirada num trabalho de Fischbein (ver [Fischbein93]), pretendia-se, num formato deliberadamente ambíguo (coexistem no enunciado as visões gráfica e geométrica):

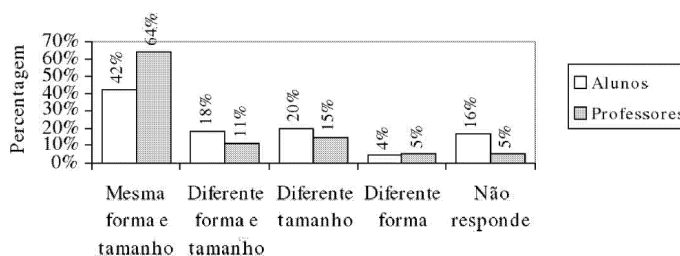
**A** avaliar as análises apresentadas pelos participantes sobre a ambiguidade da situação;

**B** identificar relações entre a imagem e a representação do conceito de *ponto*.

**Pergunta** Na figura temos quatro rectas que se intersectam no ponto **1** e duas rectas que se intersectam no ponto **2**. Compare os pontos 1 e 2. (Têm o mesmo tamanho? Têm a mesma forma?)



**Resposta** Apesar de metade dos participantes ter referido que os dois pontos têm o mesmo tamanho e a mesma forma, muitos deles afirmam que os pontos têm forma circular, triangular ou mesmo estrelada. Em relação ao tamanho, uma percentagem significativa (34%) pensa que o ponto 1 é maior que o ponto 2. No gráfico seguinte mostra-se a percentagem das respostas dadas pelos dois grupos de participantes:



Numa outra questão registámos ainda a ideia de que há uma percentagem significativa de participantes para os quais um *plano* pode ser considerado finito e ter mesmo uma determinada forma (geralmente a forma de um paralelogramo).

Em suma, os participantes no estudo revelaram um desconhecimento no mínimo preocupante ao nível do seu conhecimento científico na área da Geometria dita elementar. Tal situação afigura-se-nos como potencialmente grave porquanto, como seria de esperar, essa ignorância se reflecte claramente na sua prestação profissional e interfere de forma negativa nas aulas dadas por estes professores (conforme constatado durante as observações das aulas). Deste modo, ainda que fosse intenção dos participantes no estudo a promoção de um ensino significativo/conceitual, como aliás é defendido no programa oficial [DGEBS90], na realidade não parecem estar em condições de o conseguir, uma vez que não apresentam os conhecimentos científicos suficientes/adequados dos conteúdos programáticos que têm que leccionar. A este propósito Liping Ma, em [Ma99], concluía também que apesar de um conhecimento matemático sólido e profundo não ser uma condição suficiente para produzir métodos de ensino promissores ou novas concepções sobre o

ensino, é certamente uma condição necessária. Também já em 1945, George Polya defendia, em [Polya45], como primeira regra de ensino da Matemática, o professor saber o que tem que ensinar.

A nossa investigação denota ainda, no comportamento da generalidade dos participantes,

- uma confusão acentuada entre o significado matemático e o significado quotidiano (não matemático) dos termos e das expressões;
- uma confusão patente entre os aspectos verdadeiramente essenciais e as questões acessórias dos conteúdos programáticos.

Preocupa-nos particularmente esta confusão porquanto potencialmente geradora de ideias que levam a pensar que as finalidades propostas em um qualquer programa oficial poderão ser alcançadas apenas com a mudança de alguns aspectos estéticos (como a organização espacial das salas de aula ou a utilização de materiais).

## 5 Reflexões Finais

Detivemo-nos em uma das instituições superiores de formação que, em Portugal, dedica um dos números de horas mais elevados à formação matemática dos professores do 1º ciclo: analisámos os professores e futuros professores (depois de concluída a sua formação matemática), quer em ambiente de sala de aula, quer através de questionários; conduzimos entrevistas; avaliámos os seus conhecimentos matemáticos em questões de Geometria (por causa do carácter figurativo dos conceitos) ditas elementares (aquelas que muitas vezes vimos confundidas, por causa deste adjectivo, com coisas “fáceis”) e ficámos atónitas: as deficiências fundamentais que registámos não nos parecem de modo algum adequadas aos novos desafios que, de acordo com as directivas oficiais, estes profissionais têm pela frente. Estes resultados afiguram-se-nos preocupantes tanto mais que, comparando-os com resultados afins mas respeitantes a outras populações. Por exemplo:

- A respeito do grau de maturidade científica evidenciada pelos participantes - num estudo conduzido com uma população de professores em formação contínua de Licenciaturas em Matemática em Portugal (ver [Ralha90]) concluía-se que

*While the amount of spatial ability to deal with geometry of the physical world... was reduced in the teaching and learning of new geometries, there is nevertheless the presence of*

*deduction and of any other kind of using formal reasoning in these participants' resolutions.*

- A respeito do nível de conhecimentos geométricos que os participantes possuem - num estudo comparativo realizado por Hershkowitz, Bruckheimer e Vinner (ver [Hershkowitz87]) conduzido com crianças e com professores verifica-se que o tipo de erros cometidos pelos dois grupos é semelhante, concluindo-se a este propósito que:

*A more critical point is the similarity evidenced between teachers and students in the patterns of incomplete or incorrect concept images.*

- A respeito do acréscimo no nível dos conhecimentos que os participantes registam com os anos de experiência profissional (formação contínua) - num estudo reiteradamente referido e conduzido por Liping Ma (ver [Ma99]) concluiu-se que

*It seems to be that PUFM (Profound Understanding of Fundamental Mathematics), which I found in a group of Chinese teachers, was developed after they became teachers - that it developed during their teaching careers. (...) stimulated by a concern for what to teach and how to teach it, inspired and supported by their colleagues and teaching materials.*

O presente estudo permitiu também o esclarecimento, da parte das investigadoras, de algumas falácias a respeito da elementaridade dos conceitos geométricos: imagens, representações e definições são, independentemente da elementaridade do conceito em causa, características comuns à formação do conhecimento e, em circunstância alguma, merecem ser conotadas com o estatuto de facilidade ou de simplicidade. Perante as evidências ressalta a necessidade urgente de se prestar uma atenção redobrada à formação científica/matemática dos profissionais responsáveis pelo início da aprendizagem matemática das futuras gerações. Assim, tendo como prioritário o objectivo de uma sólida formação científica muito especialmente para o caso dos professores e futuros professores, acreditamos que o conteúdo matemático deve ser o núcleo de qualquer programa de formação.

## Referências

- [Abrantes99] Abrantes, P., Serrazina, L. e Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica*, Lisboa: ME/DEB.
- [APM98] APM (1998). *A Matemática 2001/ Diagnóstico e Recomendações para o Ensino e Aprendizagem da Matemática*, Lisboa:APM-IIE.
- [Ball90] Ball, D. L. e McDiarmid, G. W. (1990). The subject-matter preparation of teachers. In W. Robert Houston (Ed.), *Handbook of research on teacher education* (pp.437-449), New York: Macmillan Publishing Company.
- [Brown92] Brown, C. A. e Borko, H. (1992). Becoming a mathematics teacher. In D. A. Grows (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp.209-239), New York: MacMillan.
- [Brown90] Brown, S. I., Cooney, T. J. e Jones, D. (1990). Mathematics teacher education. In R. Houston (ed.), *Handbook of research on teacher education* (pp.639-656), New York:MacMillan.
- [Campos00] Campos, B. P. (2000). Políticas de Formação de Professores em Portugal. In *Proceedings of the conference on teacher education policies in the European Union*, Loulé, Portugal.
- [Cockroft82] Cockroft, W. H. (1982). *Mathematics Counts: Report of the Committee of Inquiry Into the Teaching of Mathematics in Schools*, London: Her Majesty Stationary Office.
- [Dehaene97] Dehaene, S. (1997). *The Number Sense*, London: Penguin books.
- [DeVilliers94] De Villiers, M. (1994). The role and function of a hierarchical classification of the quadrilaterals. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 11-18.
- [DGEBS90] DGEBS (1990). *Programa do Ensino Básico*, Lisboa: M.E.
- [EnglishNationalCurriculum] The National Curriculum online. Retirado em Maio de 2004 da World Wide Web: <http://www.nc.uk.net/nc/contents/Ma-home.html>
- [Fischbein93] Fischbein, E. (1993). The Theory of Figural Concepts. In *Educational Studies in Mathematics*, 24, 139-162.
- [Gomes01] Gomes, A., Ralha, E. e Hirst, K. (2001). Sobre a Formação Matemática dos Professores do 1.º ciclo: conhecer e compreender as possíveis dificuldades. In *Actas do XII Seminário de Investigação em Educação Matemática*, Vila Real, pp. 175-196.
- [Gomes02] Gomes, A., Ralha, E. e Hirst, K.(2002). Undergraduate Mathematics for Primary School Teachers - The Situation in Portugal. In *Proceedings of the Second International Conference on the teaching of Mathematics (at the undergraduate level)*, Creta (Grécia).

- [Gomes03A] Gomes, A. e Ralha, E. (2003). Conceitos Elementares em Geometria: que definição escolher? In *Actas do Séptimo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (S.E.I.E.M.)*, Granada (Espanha), pp. 227-235.
- [Gomes03B] Gomes, A. e Ralha, E. (2003). Um novo olhar sobre a Educação Matemática dos Professores do 1.º Ciclo. *ISNEB (I Simpósio Nacional de Educação Básica)*, Aveiro.
- [Gomes03C] Gomes, A. e Ralha, E. (2003). Conceito de Perpendicularidade: como é “visto” pelos (futuros) professores do 1.º ciclo? In *Actas do XIV Seminário de Investigação em Educação Matemática*, Santarém, pp.211-226.
- [Hershkowitz87] Hershkowitz, R., Bruckheimer, M. e Vinner, S. (1987). Activities with teachers based on cognitive research. In M. M. Lindquist e A. P. Shulte (Eds.) *Learning and Teaching Geometry, K-12* (pp. 222-235). Reston, VA: NCTM.
- [Ma99] Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics*, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- [McLeod92] McLeod, D. (1992). Research on affect in mathematics education: a reconceptualization. In D.A. Grows (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp.575-596), New York: MacMillan.
- [NCTM89] National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*, Reston, Virginia: NCTM.
- [NCTM91] National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar*, Lisboa: APM/IE.
- [Polya45] Polya, G. (1945). *How to solve it*, New Jersey: Princeton University Press.
- [Ralha90] Ralha, E. (1990). A Study of Spatial Abilities in University Students (tese de doutoramento). Reino Unido, Universidade de Southampton.
- [Renga93] Renga, S. e Dalla, L. (1993). In R. J. Jensen (Ed.), *Research ideas for the classroom - early childhood mathematics* (pp.22-37), Hillsdale, New Jersey: MacMillan.
- [Serrazina99] Serrazina, L. (1999). O professor e a Matemática. In M. V. Pires, C. M. Morais, J. P. Ponte, M. H. Fernandes, A. M. Leitão e M. L. Serrazina (Org.), *Caminhos para a investigação em Educação Matemática em Portugal* (pp.111- 127), Bragança: SPCE.

- [Skott00] Skott, J. (2000). The forced autonomy of mathematics teachers. In *Proceedings of PME 24*, Hiroshima, Japan, 4, 169-176.
- [Wu97] Wu, H. (1997). *On the education of mathematics teachers*. Retirado em Janeiro 2001 da World Wide Web: <http://math.berkeley.edu/wu>

Recebido em Setembro de 2004, aceite em Janeiro de 2005.